Please check the examination details below before entering your candidate information

नाम	कक्षा	विभाग

BLOOM गणित ओलम्पियाड (BMO)

प्रश्न-पत्र 2023-24

कक्षा 12

कुल प्रश्न : 50 + 5 (Tie-Breaking सेक्शन)

कुल निर्धारित समय :
60 मिनट

कुल अंक : 60

निर्देश

1. इस पुस्तिका में **50 बहुविकल्पीय प्रश्न** हैं, जिनके 4 विकल्प दिए गए हैं। इनमें से **सिर्फ एक विकल्प** सही है।
2. इस प्रश्न-पत्र को दो खण्डों में बाँटा गया है—सेक्शन '1' और सेक्शन '2'। सेक्शन 1 में 40 प्रश्न हैं, प्रत्येक प्रश्न 1 अंक का है तथा सेक्शन 2 में 10 प्रश्न हैं, जो उच्च चिंतन कौशल पर आधारित हैं। प्रत्येक प्रश्न 2 अंक का है।
3. सभी प्रश्न करने अनिवार्य हैं। किसी भी गलत उत्तर के लिए **नकारात्मक अंक** नहीं दिया जाएगा।
4. पूरे प्रश्न-पत्र को करने के लिए 1 घण्टे का समय निर्धारित है।
5. पेपर को करने से पहले ऊपर दिए गए स्थान में अपनी जानकारी अवश्य भरें।

OMR शीट निर्देश

1. पेपर शुरू करने से पहले OMR शीट में सभी जानकारी भरें।
2. पेपर शुरू होने से पहले OMR शीट भरने के लिए 10 मिनट अधिक दिए जाएँगे।
3. OMR शीट में सही गोले को भरने के लिए HB पेंसिल का प्रयोग करें। OMR शीट में सही तरह से गोला भरने का तरीका नीचे दिया गया है।

4. OMR शीट में सभी जानकारी भरने के लिए काले या नीले बॉल पेन या HB पेंसिल का प्रयोग कर सकते हैं। आंशिक रूप से भरी गई OMR शीट की जाँच नहीं की जाएगी।
5. पेपर समाप्त होने के बाद OMR शीट निरीक्षक को वापस कर दें।

CODE#1

MH12

BLOOM CAP
Founded by | arihant

सेक्शन '1' (1 अंक)

1. यदि $f:R\to R, f(x)=x-1$ द्वारा परिभाषित है तथा $g:R-\{-1,1\}\to R, g(x)=\frac{x^2}{x^2-1}$ द्वारा परिभाषित है, तब फलन fog है

(a) आच्छादक परन्तु एकैकी नहीं
(b) एकैकी परन्तु आच्छादक नहीं
(c) न तो एकैकी न ही आच्छादक
(d) दोनों एकैकी तथा आच्छादक

2. यदि $f:R\to R, g:R\to R$ तथा $h:R\to R$ अवकलनीय फलन इस प्रकार है कि $f(x)=x^3+3x+2, g(f(x))=x$ तथा $h(g(g(x)))=x, \forall x\in R$, तब निम्न में से कौन-सा सत्य है?

(a) $h(g(3))=33$ (b) $h(0)=15$
(c) $h'(1)=666$ (d) $g'(2)=\frac{1}{15}$

3. फलन $f:[0,3]\to[1,29]$, $f(x)=2x^3-15x^2+36x+1$ द्वारा परिभाषित है, हैं

(a) एकैकी तथा आच्छादक
(b) एकैकी परन्तु आच्छादक नहीं
(c) आच्छादक परन्तु एकैकी नहीं
(d) न तो एकैकी न ही आच्छादक

4. फलन $f(x)=\sin^{-1}\left[\frac{3x^2+x-1}{(x-1)^2}\right]+\cos^{-1}\left(\frac{x-1}{x+1}\right)$ का प्रान्त $\{a\}\cup\left[\frac{1}{b},\frac{1}{c}\right]$ है, तब $(a+b+c)^2$ का मान है

(a) 36 (b) 30 (c) 25 (d) 16

5. यदि फलन $f(x)=\frac{\cos^{-1}\sqrt{x^2-x+1}}{\sqrt{\sin^{-1}\left(\frac{2x-1}{2}\right)}}$ का प्रान्त अन्तराल $(a,b]$ में स्थित है, तब $a\cdot b$ बराबर है

(a) 1 (b) $\frac{1}{2}$
(c) $\frac{2}{3}$ (d) $\frac{3}{2}$

6. माना P व Q क्रमशः 3×3 कोटि के कोई दो सममित व विषम सममित आव्यूह हैं, तब निम्न में से असत्य कथन कौन-सा है?

(a) P^4-Q^4 सममित आव्यूह है।
(b) $PQ-QP$ सममित आव्यूह है।
(c) Q^5-P^5 एक विषम सममित आव्यूह है।
(d) $PQ+QP$ एक विषम सममित आव्यूह है।

7. माना $S=\left\{n\in N, \left|\begin{bmatrix}0 & i\\ 1 & 0\end{bmatrix}^n\begin{bmatrix}a & b\\ c & d\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}a & b\\ c & d\end{bmatrix}\right|, \forall a,b,c,d\in R\right\}$,

जहाँ $i=\sqrt{-1}$, तब समुच्चय S में दो अंकों की संख्याओं की संख्या $11r$ द्वारा दी गई है। तब, r का मान है

(a) 2 (b) 3
(c) 1 (d) 11

8. माना $S=\left\{A=\begin{bmatrix}a & b\\ c & d\end{bmatrix}: a,b,c,d\in\{\pm3,\pm2,\pm1,0\}\right\}$

$f:S\to Z$ को $f(A)=\det A, \forall A\in S$, जहाँ Z सभी पूर्णांकों का समुच्चय है, द्वारा परिभाषित करते हैं। तब, $A\in S$ इस प्रकार है कि $f(A)=15$, की संख्या $2a^2$ के बराबर है। तब, a का मान है

(a) 2 (b) $2\sqrt{2}$
(c) 4 (d) $\sqrt{3}$

9. माना r व $r+2$ अभाज्य संख्याएँ हैं तथा माना $\Delta=\begin{vmatrix}r! & (r+1)! & (r+2)!\\ (r+1)! & (r+2)! & (r+3)!\\ (r+2)! & (r+3)! & (r+4)!\end{vmatrix}$, तब a व b के उच्चिष्ठ मानों का योग, जो इस प्रकार है कि r^a व $(r+2)^b$ द्वारा Δ विभाज्य है, हैं

(a) $a=1, b=3$
(b) $b=2, a=3$
(c) $a=1, b=1$
(d) $b=1, a=3$

10. माना $B=\{a_{ij}\}$ एक 3×3 आव्यूह है, जहाँ

$$a_{ij}=\begin{cases}(-1)^{j-1}, & \text{यदि } i<j\\ 2, & \text{यदि } i=j,\\ (-1)^{i+j}, & \text{यदि } i>j\end{cases}$$

तब $\det[3\,\text{adj}(2B^{-1})]$ बराबर है

(a) 108 (b) 48 (c) 64 (d) 27

11. $p\neq q\neq0$, के लिए फलन $f(x)=\dfrac{\sqrt[7]{p(729+x)}-3}{\sqrt[3]{729+qx}-9}, x=0$ पर सतत् इस प्रकार है कि $7aqf(0)-p^2=0$, तब a का मान होगा

(a) 1 (b) 6 (c) 8 (d) 9

12. माना एक फलन $f:R\to R$,

$$f(x)=\begin{cases}\sin x-e^x, & \text{यदि } x\le0\\ r+[-x], & \text{यदि } 0<x<1\\ 2x-s, & \text{यदि } x\ge1\end{cases}$$

द्वारा परिभाषित है, जहाँ $[x]$ x से छोटे व बराबर महत्तम पूर्णांक को निरूपित करता है। यदि R पर f सतत् है, तब $s-r$ बराबर है

(a) 3 (b) 2

(c) 1 (d) -1

13. यदि $g:[0,\infty)\to[0,3]$ एक फलन

$$g(x)=\begin{cases}\text{उच्चिष्ठ }\{\sin t:0\le t\le x\}, & 0\le x\le\pi\\ 2+\cos x, & x>\pi\end{cases},$$

द्वारा परिभाषित है, तब निम्न में से कौन-सा कथन सही है?

(a) $g(x)$ सर्वत्र सतत् है परन्तु $(0,\infty)$ में ठीक एक बिन्दु पर अवकलनीय नहीं है।

(b) $g(x)$ $(0,\infty)$ में सर्वत्र अवकलनीय है।

(c) $g(x)$ $(0,\infty)$ में ठीक दो बिन्दुओं पर सतत् नहीं है।

(d) $g(x)$ सर्वत्र सतत् है परन्तु $(0,\infty)$ में ठीक दो बिन्दुओं पर अवकलनीय नहीं है।

14. माना $S_1=\{(a,b)\in N\times N:|a-b|\le13\}$ तथा $S_2=\{(a,b)\in N\times N:|a-b|\neq13\}$, तब N पर

(a) दोनों S_1 व S_2 तुल्यता सम्बन्ध हैं।

(b) न तो S_1 न ही S_2 तुल्यता सम्बन्ध नहीं है।

(c) S_1 तुल्यता सम्बन्ध है परन्तु S_2 नहीं है।

(d) S_2 तुल्यता सम्बन्ध है परन्तु S_1 नहीं है।

15. यदि फलन $g(x)=(3x^2+ax-2-a)e^x$ का सीमान्त बिन्दु $x=1$ है, तब निम्न में से कौन-सा कथन सही है?

(a) g के स्थानीय उच्चिष्ठ $x=1$ व $x=-\dfrac{2}{3}$ पर है।

(b) g के स्थानीय निम्निष्ठ $x=1$ व $x=-\dfrac{2}{3}$ पर है।

(c) g का स्थानीय निम्निष्ठ $x=1$ पर तथा स्थानीय उच्चिष्ठ $x=-\dfrac{2}{3}$ पर है।

(d) g का स्थानीय निम्निष्ठ $x=-\dfrac{2}{3}$ पर तथा स्थानीय उच्चिष्ठ $x=1$ पर है।

16. यदि $\int\dfrac{2e^x+3e^{-x}}{4e^x+7e^{-x}}dx$

$$=\frac{1}{14}[ax+b\log_e(4e^x+7e^{-x})]+C,$$

जहाँ C समाकलन नियतांक है। तब, $a-b$ बराबर है

(a) 3 (b) 6 (c) 7 (d) 1

17. k का मान जो इस प्रकार है कि $\int_k^{k+1}\dfrac{dx}{(x+k)(x+k+1)}=\log_e\left(\dfrac{9}{8}\right)$, है

(a) -1 (b) -2 (c) 2 (d) 3

18. $\int_0^2\left(|2x^2-3x|+\left[x-\dfrac{1}{2}\right]\right)dx=\dfrac{a}{2b}$,

जहाँ $[t]$ एक महत्तम पूर्णांक फलन है। तब, $a+b$ बराबर है

(a) 20 (b) 25 (c) 15 (d) 17

19. यदि कुछ $k>0$ के लिए क्षेत्र $\{(x,y):|x+k|\le y\le2-|x|\}$ का क्षेत्रफल $\dfrac{3}{2}$ है, तब क्षेत्र $\{(x,y):0\le y\le x+2k,|x|\le1\}$ का क्षेत्रफल $\dfrac{1}{2}a$ है। तब, a का मान है

(a) 8 (b) 4 (c) 2 (d) 16

20. माना फलन $f(x)=2x^3-3x^2-12x$ का स्थानीय उच्चिष्ठ व स्थानीय निम्निष्ठ मान के बिन्दु p व q क्रमशः हैं। यदि $y=f(x)$, X-अक्ष व रेखाओं $x=p$ व $x=q$ द्वारा परिबद्ध क्षेत्र का क्षेत्रफल A है, तब $6A$ बराबर है

(a) 117 (b) 171 (c) 170 (d) 173

21. यदि $\dfrac{dy}{dx}=\dfrac{2^{x+y}-2^x}{2^y}$, $y(0)=1$, तब $y(1)$, $\log_a(e+b)$ बराबर है, तब $a-b$ बराबर है

(a) 2 (b) 1 (c) -1 (d) 3

22. यदि अवकल समीकरण $x\frac{dy}{dx}-y=\sqrt{y^2+16x^2}, y(1)=3$ का हल वक्र $y=y(x)$ है, तब $y(2)=3k$, तब k का मान होगा

(a) 3 (b) 8 (c) 5 (d) 4

23. माना $y=y(x)$ अवकल समीकरण $\cos x\frac{dy}{dx}+2y\sin x$ $=\sin 2x, x\in\left(0,\frac{\pi}{2}\right)$ का हल है। यदि $y\left(\frac{\pi}{3}\right)=0$, तब $y\left(\frac{\pi}{4}\right)=\sqrt{a}-a$, तब a का मान है

(a) 2 (b) 4 (c) 9 (d) 1

24. यदि सदिशों $\vec{b_1}=x\hat{i}-\hat{j}+\hat{k}$ तथा $\vec{b_2}=\hat{i}+y\hat{j}+z\hat{k}$ समरेखीय है, तब सदिश $x\hat{i}+y\hat{j}+z\hat{k}$ के समान्तर सम्भव इकाई सदिश है

(a) $\frac{1}{\sqrt{3}}(\hat{i}+\hat{j})$ (b) $\frac{1}{\sqrt{3}}(\hat{i}-\hat{j})$

(c) $\frac{\hat{i}-\hat{j}+\hat{k}}{\sqrt{3}}$ (d) $\frac{1}{\sqrt{3}}(\hat{i}+\hat{j}-\hat{k})$

25. माना PQR एक त्रिभुज है जिसका परिकेन्द्र A है। यदि P, Q, R व A के स्थिति सदिश क्रमशः a, b, c व $\frac{a+b+c}{4}$ हैं, तब इस त्रिभुज के लम्ब केन्द्र का स्थिति सदिश है

(a) $\vec{0}$ (b) $\frac{\vec{a}+\vec{b}+\vec{c}}{2}$

(c) $-\left(\frac{\vec{a}+\vec{b}+\vec{c}}{2}\right)$ (d) $\vec{a}+\vec{b}+\vec{c}$

26. माना $\vec{a}=\hat{i}+2\hat{j}-\hat{k}, \vec{b}=\hat{i}-\hat{j}$ तथा $\vec{c}=\hat{i}-\hat{j}-\hat{k}$ तीन दिए गए सदिश हैं। यदि $\vec{r}$ एक सदिश इस प्रकार है कि $\vec{r}\times\vec{a}=\vec{c}\times\vec{a}$ तथा $\vec{r}\cdot\vec{b}=0$, तब $\vec{r}\cdot\vec{a}$ बराबर है

(a) 12 (b) 11 (c) 10 (d) 13

27. ΔPQR में, यदि $|\overrightarrow{QR}|=8, |\overrightarrow{RP}|=7$ तथा $|\overrightarrow{PQ}|=10$, तब सदिश $|\overrightarrow{PR}|$ पर $|\overrightarrow{PQ}|$ का प्रक्षेप है

(a) $\frac{75}{14}$ (b) $\frac{85}{14}$ (c) 5 (d) $\frac{84}{17}$

28. माना $A(-2,-1,1)$ तथा $B\left(\frac{56}{17},\frac{43}{17},\frac{111}{17}\right)$ एक समलम्ब $ACBD$ के शीर्ष है। यदि विकर्ण CD के दिक् अनुपात $\alpha, -1$ व β है, जहाँ α व β न्यूनतम निरपेक्ष मानों के पूर्णांक हैं, $\alpha+\beta$ बराबर है

(a) -30 (b) 15 (c) 30 (d) 0

29. माना $\vec{a}=\hat{i}+\hat{j}+\sqrt{2}\hat{k}, \vec{b}=b_1\hat{i}+b_2\hat{j}+\sqrt{2}\hat{k}$ तथा $\vec{c}=5\hat{i}+\hat{j}+\sqrt{2}\hat{k}$ तीन सदिश इस प्रकार हैं कि $\vec{a}$ पर $\vec{b}$ का प्रक्षेप सदिश $|\vec{a}|$ है। यदि $\vec{a}+\vec{b}, \vec{c}$ पर लम्ब है, तब $|\vec{b}|, 3k$ के बराबर है। k का मान होगा

(a) 2 (b) 3 (c) 4 (d) 5

30. माना एक ΔPQR जिसके शीर्ष $P(0,\alpha,\alpha), Q(\alpha,0,\alpha)$ व $R(\alpha,\alpha,0), \alpha>0$ हैं। माना S एक चर बिन्दु रेखा $x+z-3=0=y$ पर है तथा ΔPQR का केन्द्रक G है। यदि GS की न्यूनतम लम्बाई $\sqrt{\frac{57}{2}}$ है, तब α बराबर है

(a) 2 (b) 4 (c) 6 (d) 3

31. अन्तराल $[0,\pi]$ में $f(x)=\tan^{-1}(\sin x-\cos x)$ का निरपेक्ष उच्चिष्ठ व निरपेक्ष निम्निष्ठ का योग $\cos^{-1}\frac{1}{\sqrt{a}}-\frac{\pi}{b}$ है। तब, $a+b$ बराबर है

(a) 3 (b) 4 (c) 6 (d) 7

32. यदि a का उच्चिष्ठ मान जिसके लिए $\left(-\frac{\pi}{6},\frac{\pi}{6}\right)$ में फलन $f_a(x)=\tan^{-1}2x-3ax+7$ अह्रासमान फलन $\bar{a}$ है, तब $f_{\bar{a}}\left(\frac{\pi}{8}\right)$ बराबर है

(a) $8-\frac{9\pi}{4(9+\pi^2)}$ (b) $8-\frac{4\pi}{9(4+\pi^2)}$

(c) $\tan^{-1}\frac{\pi}{4}-\frac{9\pi}{4(\pi^2+9)}+7$ (d) $\tan^{-1}\frac{\pi}{4}+\frac{9\pi}{4(\pi^2+9)}+7$

33. समाकलन $\int\frac{xdx}{2-x^2+\sqrt{2-x^2}}=-\log|\sqrt{a-x^2}+b|+C$ है। तब, $a-b$ बराबर है

(a) 1 (b) 2

(c) 3 (d) 5

34. समाकलन $\int \frac{dx}{(1+\sqrt{x})\sqrt{x-x^2}}$, जहाँ C समाकलन नियतांक है, बराबर है

(a) $2\sqrt{\frac{1+\sqrt{x}}{1-\sqrt{x}}}+C$ (b) $\sqrt{\frac{1+\sqrt{x}}{1-\sqrt{x}}}+C$

(c) $2\sqrt{\frac{1-\sqrt{x}}{1+\sqrt{x}}}+C$ (d) $-2\sqrt{\frac{1-\sqrt{x}}{1+\sqrt{x}}}+C$

35. यदि $B=\begin{bmatrix}1 & 0\\ 1 & 1\end{bmatrix}$ तथा $I=\begin{bmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{bmatrix}$, तब गणितीय आगमन विधि द्वारा सभी $n\geq 1$ के लिए निम्न में से सत्य कथन है

(a) $2^{n-1}B-(n-1)I=B^n$ (b) $nB+(n-1)I=B^n$

(c) $nB-(n-1)I=B^n$ (d) $2^{n-1}B+(n-1)I=B^n$

36. यदि $\omega\neq 1$ इकाई का घनमूल है तथा आव्यूह $H=\begin{bmatrix}\omega & 0\\ 0 & \omega\end{bmatrix}$, तब H^{73} बराबर है

(a) $-H$ (b) H (c) H^2 (d) 0

37. यदि $S=\{0,1,2,3,4,5,6,7\}$, तब $f:S\to S$ जो इस प्रकार है कि $f(1)+f(2)=3-f(3)$ है, एकैकी आच्छादक फलनों की संख्या हैं

(a) 700 (b) 720 (c) 740 (d) 120

38. माना फलन

$$f(x)=\begin{cases}\frac{\log_e(1+5x)-\log_e(1+kx)}{x}, & \text{यदि } x\neq 0\\ 10, & \text{यदि } x=0\end{cases}$$

$x=0$ पर सतत् है, तब k का मान है

(a) 5 (b) -5 (c) 4 (d) -4

39. फलन $f(x)=|x-1|\cos|x-2|$

$\sin|x-1|+(x-3)|x^2-5x+4|$, $x=a$ व $x=b$ पर अवकलनीय नहीं हैं। तब, $\frac{a}{b}$ का मान है

(a) $\frac{1}{2}$ (b) $\frac{1}{4}$ (c) $-\frac{1}{2}$ (d) $-\frac{1}{4}$

40. एक कम्पनी दो रंगों की कार उत्पादित करती है, एक काली व दूसरी सफेद है। कम्पनी के पास अधिकतम 200 सेट प्रति सप्ताह बनाने के साधन है। काली व सफेद सेट को बनाने की कीमत क्रमशः ₹ 27000 व ₹ 36000 हैं। व्यापार में कार के उत्पादन में ₹ 6480000 से अधिक खर्च नहीं होने चाहिए। यदि काली कार पर ₹ 5250 व सफेद कार पर ₹ 6750 का लाभ होता है, तब अधिकतम लाभ प्राप्त करने के लिए कम्पनी को कितनी काली व सफेद कारें बनानी चाहिए?

(a) 60 काली व 140 सफेद

(b) 120 काली व 80 सफेद

(c) 80 काली व 120 सफेद

(d) 140 काली व 60 सफेद

सेक्शन '2' (2 अंक)

41. निम्न को मिलाइए।

	सारणी I		सारणी II
(i)	बहुपदों $f(x)$ अशून्य पूर्णांक गुणांकों के साथ घात ≤ 2, $f(0)=0$ व $\int_0^1 f(x)dx=1$, को सन्तुष्ट करने वालों, संख्या है	p.	8
(ii)	अन्तराल $[-\sqrt{13},\sqrt{13}]$ में बिन्दु जिन पर $f(x)=\sin(x)^2+\cos(x)^2$ का उच्चिष्ठ मान प्राप्त होता है, की संख्या है	q.	2
(iii)	$\int_{-2}^{2}\frac{3x^2}{1+e^x}dx$ बराबर है	r.	4

(a) (i) → q, (ii) → r, (iii) → p

(b) (i) → r, (ii) → q, (iii) → p

(c) (i) → p, (ii) → r, (iii) → q

(d) (i) → q, (ii) → p, (iii) → r

42. समीकरण निकाय

$x-2y+3z=-1$, $-x+y-2z=k$, $x-3y+4z=1$ पर विचार कीजिए।

कथन I समीकरण निकाय का $k\neq 3$ के लिए कोई हल नहीं है।

कथन II $k\neq 3$ के लिए सारणिक

$$\begin{vmatrix}1 & 3 & -1\\ -1 & -2 & k\\ 1 & 4 & 1\end{vmatrix}\neq 0$$

(a) दोनों कथन I व कथन II सही हैं तथा कथन II कथन I का सही स्पष्टीकरण है।

(b) दोनों कथन I व कथन II सही हैं परन्तु कथन II कथन I का सही स्पष्टीकरण नहीं है।

(c) कथन I सही है परन्तु कथन II गलत है।

(d) कथन I गलत है परन्तु कथन II सही है।

43. एक वास्तविक संख्या α के लिए, यदि रैखिक समीकरण निकाय $\begin{bmatrix} 1 & \alpha & \alpha^2 \\ \alpha & 1 & \alpha \\ \alpha^2 & \alpha & 1 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \\ 1 \end{bmatrix}$ के अनन्त हल है, तब $1+\alpha+\alpha^2$ बराबर है

(a) -1 (b) 0

(c) 1 (d) 2

44. दिए गए कथनों को ध्यानपूर्वक पढ़िए तथा सही के लिए T तथा गलत के लिए F लिखिए।

(i) वक्रों के कुल $y^2 = 2c(x+\sqrt{c})$, जहाँ $c>0$ एक प्राचल है, की अवकल समीकरण की घात 2 है।

(ii) वृत्तों के कुल $x^2+y^2-2ay=0$, जहाँ a एक अचर है, की अवकल समीकरण $(x^2-y^2)y' = 4xy$ है।

(iii) सभी परवलयों के कुल, जिनका अक्ष X-अक्ष है, की अवकल समीकरणों की कोटि 2 है।

	(i)	(ii)	(iii)		(i)	(ii)	(iii)
(a)	T	F	T	(b)	F	F	T
(c)	F	T	F	(d)	F	T	T

45. निम्न कथनों को ध्यानपूर्वक पढ़िए तथा सही विकल्प चुनिए।

कथन I $\int \frac{d(x^2+1)}{\sqrt{x^2+1}} = 2\sqrt{x^2+2}+C$

कथन II $\int \frac{x^{\frac{9}{2}}}{\sqrt{1+x^{11}}}dx = \frac{2}{11}\log\left|x+\sqrt{1+x^{11}}\right|+C$

(a) दोनों कथन I व कथन II सही हैं तथा कथन II, कथन I का सही स्पष्टीकरण है।

(b) दोनों कथन I व कथन II सही हैं परन्तु कथन II, कथन I का सही स्पष्टीकरण नहीं है।

(c) कथन I सही है परन्तु कथन II गलत है।

(d) कथन I गलत है परन्तु कथन II सही है।

46. रिक्त स्थानों की पूर्ति कीजिए तथा सही विकल्प चुनिए।

(i) यदि $B = \begin{vmatrix} 4 & a & a \\ 0 & a & a \\ 0 & 0 & a \end{vmatrix}$ तथा $\det(B) = 256$, तब $|a|$ ..... के बराबर है

(ii) यदि $B = \begin{bmatrix} -4 & -3 & -3 \\ 1 & 0 & 1 \\ 4 & 4 & 3 \end{bmatrix}$, तब $\text{adj}\, B$ ..... के बराबर है

(iii) यदि $B = \begin{bmatrix} 0 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{bmatrix}$, तब B^{-1} ..... के बराबर है

	(i)	(ii)	(iii)
(a)	8	B	B^T
(b)	16	$-B$	B^T
(c)	-8	B^T	B
(d)	8	B	B

47. यदि $\vec{p} = \hat{i}+\hat{j}+\hat{k}, \vec{q} = \hat{i}+3\hat{j}+5\hat{k}$ तथा $\vec{r} = 7\hat{i}+9\hat{j}+11\hat{k}$, तब समान्तर चतुर्भुज जिसके विकर्ण $\vec{p}+\vec{q}$ व $\vec{q}+\vec{r}$ है, का क्षेत्रफल है

(a) $\sqrt{21}$ वर्ग इकाई

(b) $\frac{1}{2}\sqrt{21}$ वर्ग इकाई

(c) $4\sqrt{6}$ वर्ग इकाई

(d) $4\sqrt{2}$ वर्ग इकाई

48. माना $S = \{(x,y) : x, y \in N$ तथा $x^2-4xy+3y^2=0\}$, जहाँ N सभी प्राकृतिक संख्याओं का समुच्चय है। तब, सम्बन्ध R हैं

(a) स्वतुल्य व संक्रमक

(b) एक समतुल्य सम्बन्ध

(c) स्वतुल्य, सममित परन्तु संक्रमक नहीं

(d) सममित, संक्रमक परन्तु स्वतुल्य नहीं

49. माना $g : R \to R, g(x) = \frac{|x|-1}{|x|+1}$ द्वारा परिभाषित है। तब, g है

(a) आच्छादक परन्तु एकैकी नहीं

(b) दोनों एकैकी तथा आच्छादक

(c) न तो एकैकी न ही आच्छादक

(d) एकैकी परन्तु आच्छादक नहीं

50. $\int \frac{\sec x\,(2+\sec x)}{(1+2\sec x)^2}dx$ का मान है

(a) $\frac{\sin x}{2+\cos x}+C$ (b) $\frac{\cos x}{2+\cos x}+C$

(c) $\frac{-\sin x}{2+\sin x}+C$ (d) $\frac{\cos x}{2+\sin x}+C$

Tie-Breaking सेक्शन

निर्देश

1. इस खण्ड में 5 प्रश्न हैं।
2. इस खण्ड में प्राप्त अंकों को कुल अंकों में नहीं जोड़ा जाएगा।
3. यदि दो या दो से अधिक छात्रों के समान अंक आते हैं, तो उनमें विजेता का चयन इस खण्ड में प्राप्त अंकों के आधार पर किया जाएगा।
4. इस खण्ड को करना अनिवार्य नहीं है। छात्र इसे कर भी सकते हैं और नहीं भी।

1. माना $\alpha = \tan\left[\frac{5\pi}{16}\sin\left(2\cos^{-1}\left(\frac{1}{\sqrt{5}}\right)\right)\right]$ तथा

$\beta = \cos\left[\sin^{-1}\left(\frac{4}{5}\right)+\sec^{-1}\left(\frac{5}{3}\right)\right]$, जहाँ प्रतिलोम त्रिकोणमित्तीय फलन के मुख्य मान लेते है। तब, समीकरण जिसके मूल α व β हैं, है

(a) $25x^2+18x-7=0$ (b) $25x^2-18x-7=0$

(c) $25x^2-18x+7=0$ (d) $25x^2+18x+7=0$

2. वक्र $y=3-\left|x-\frac{1}{2}\right|-|x+1|$, X-अक्ष द्वारा परिबद्ध क्षेत्र का क्षेत्रफल $\frac{3a}{2b}$ वर्ग इकाई है। तब, $a\cdot b$ का मान है

(a) 27 (b) 30

(c) 36 (d) 216

3. माना a, b व c वास्तविक संख्याएं हैं। तब, x, y व z में निम्न समीकरण निकाय का है

$$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}-\frac{z^2}{c^2}=1,\ \frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}+\frac{z^2}{c^2}=1,$$

$$-\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}+\frac{z^2}{c^2}=1$$

(a) अद्वितीय हल

(b) परिमित अनन्त हल

(c) अपरिमित अनन्त हल

(d) कोई हल नहीं

4. समाकलन $\int_0^{\pi/2}\frac{3\sqrt{\cos\theta}}{(\sqrt{\cos\theta}+\sqrt{\sin\theta})^5}d\theta$ है

(a) $\frac{1}{4}$ (b) $\frac{1}{2}$

(c) $\frac{3}{4}$ (d) 1

5. समुच्चय $S = \{1, 2, 3, ..., 100\}$ में से पुर्नस्थापना के साथ एक के बाद एक यादृच्छिक रूप से तीन संख्याओं को चुना जाता है। माना महत्तम चुनी संख्या के कम-से-कम 81 होने की प्रायिकता p_1 है तथा महत्तम चुनी संख्या के अधिकतम 40 होने की प्रायिकता p_2 है। तब, $\frac{625}{4}p_1$ का मान है

(a) 97.52

(b) 79.52

(c) 67.25

(d) 76.25